इकाई 8

घातांक और घात

(A) मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम

- **घातांकीय संकेतन** एक ही संख्या के बार-बार गुणन को व्यक्त करने की एक शक्तिशाली विधि है। विशिष्ट रूप से, 10 की घातें बहुत बड़ी संख्याओं और बहुत छोटी संख्याओं को एक ऐसे प्रकार में व्यक्त करती हैं, जो पढ़ने, लिखने और तुलना करने में सुविधाजनक रहता है।
- किसी शून्येतर पूर्णांक a के लिए $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ होता है।
- घातांकों के नियम हैं–

  (a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

  (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

  (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

  (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

  (e) $a^\circ = 1$, जिसमें $a \neq 0$

  (f) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

- संख्याओं को घातांकों का प्रयोग करते हुए, घातांकीय रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
- बहुत बड़ी और बहुत छोटी संख्याओं को उनके मानक रूप में लिखा जा सकता है।
- मानक रूप को **वैज्ञानिक संकेतन रूप** भी कहा जाता है।

इकाई –8

(B) हल उदाहरण

उदाहरण 1 और 2 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक सही है। सही उत्तर लिखिए।

उदाहरण 1: 2^7 का गुणन प्रतिलोम है–

(a) 2^{-7} (b) 7^2 (c) -7^2 (d) -2^7

हल सही उत्तर (a) है।

उदाहरण 2: मानव शरीर में लगभग 100 बिलियन सैल (कोष) हैं। इस संख्या को घातांकीय रूप में लिखा जा सकता है–

(a) 10^{-11} (b) 10^{11} (c) 10^9 (d) 10^{-9}

हल सही उत्तर (b) है।

उदाहरण 3 से 5 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ–

उदाहरण 3: $(-4)^4 \times \left(\frac{5}{4}\right)^4 =$ ______ है।

हल 5^4

उदाहरण 4: $\left(2^{-3}\right)^2 \times \left(3^{-2}\right)^3 =$ _____ है।

हल 6^{-6}

उदाहरण 5: पृथ्वी और सूर्य के बीच की दूरी 150 मिलियन किलोमीटर है, जिसे मानक रूप में ________ लिखा जा सकता है।

हल 1.5×10^8 km

उदाहरण 6 और 7 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

उदाहरण 6: बहुत छोटी संख्याओं को धनात्मक घातांकों का प्रयोग करते हुए, मानक रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

हल असत्य

उदाहरण 7: $(-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) = 10^{-4}$ है।

हल असत्य

उदाहरण 8: $\frac{(-2)^3 \times (-2)^7}{3 \times 4^6}$ को सरल कीजिए।

हल $\frac{(-2)^3 \times (-2)^7}{3 \times 4^6} = \frac{(-2)^{3+7}}{3 \times (2^2)^6}$ $\{a^m \times a^n = a^{m+n}\}$

$$= \frac{(-2)^{10}}{3 \times 2^{12}} \quad \{(a^m)^n = a^{m \times n}\}$$

$$= \frac{(2)^{10}}{3 \times 2^{12}} = \frac{2^{10-12}}{3} \quad \{a^m \div a^n = a^{m-n},\ (-2)^{10} = 2^{10}\}$$

$$= \frac{2^{-2}}{3} = \frac{1}{3 \times 2^2} = \frac{1}{12}$$

समस्या हल करने की युक्ति पर अनुप्रयोग

उदाहरण 9:

x ज्ञात कीजिए, ताकि $(-5)^{x+1} \times (-5)^5 = (-5)^7$ हो।

समस्या को समझिए और उसकी जाँच कीजिए

- आप क्या ज्ञात करना चाहते हैं?

  x का मान जो दी हुई समीकरण को संतुष्ट करे।

एक युक्ति की योजना बनाइए

- आप घातांकों के नियमों को जानते हैं। दी हुई समीकरण में, घातांकों के नियमों का उपयोग करके x का मान ज्ञात करना है।

हल कीजिए

- दिया है: $(-5)^{x+1} \times (-5)^5 = (-5)^7$

  घातांकों के नियम $a^m \times a^n = a^{m+n}$ का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:

  $(-5)^{x+1+5} = (-5)^7$

  $(-5)^{x+6} = (-5)^7$

  दोनों पक्षों में, घातों के आधार समान हैं। अत:, इनके घातांक भी बराबर होने चाहिए।

  अत:, $x + 6 = 7$

  $x = 7 - 6$

  या $x = 1$

  अत:, x का मान 1 है।

पुनर्निरीक्षण

- x के मान को समीकरण में रखिए और जाँच कीजिए कि यह समीकरण को संतुष्ट करता है या नहीं।

LHS $= (-5)^{x+1} \times (-5)^5$

$= (-5)^{1+1} \times (-5)^5$

$= (-5)^2 \times (-5)^5$

$= (-5)^{2+5}$

$= (-5)^7 =$ RHS

क्योंकि $x = 1$ दी हुई समीकरण को संतुष्ट करता है, इसलिए हमारा उत्तर सही है।

सोचिए और चर्चा कीजिए

(a) प्रश्न में – 5 को 2 से बदलकर x का मान ज्ञात करने का प्रयास कीजिए। x के मान में आपको क्या अंतर मिलता है? अपने उत्तर से आप क्या परिणाम निकालते हैं?

(b) देखिए कि क्या आप x का मान ज्ञात कर पाएँगे यदि दिये गये समीकरण को निम्नलिखित में बदल दिया गया हो:

(i) $(-5)^{x+1} \times (5)^5 = (5)^7$

(ii) $(-5)^{2x} \times (5)^5 = (5)^7$

भिन्नों में ऋणात्मक घातांकों से छुटकारा पाना

आपका वास्ता $\frac{2^{-4}}{3^{-7}}$ जैसी भिन्नों से पड़ सकता है जिसके अंश तथा हर ऋणात्मक घातांक हों। ऐसी भिन्नों को घनात्मक घातांकों वाली भिन्नों मे बदल लेना लाभप्रद होता है क्योंकि यह एक सरल रूप है। अंश में ऋणात्मक घातांक वाली कोई संख्या हर में घनात्मक घातांक वाली उसी संख्या के समतुल्य होती है ⇒ $2^{-4} = \frac{2^{-4}}{1} = \frac{1}{2^4}$।

हर में ऋणात्मक घातांक वाली कोई संख्या अंश में घनात्मक घातांक वाली उसी संख्या के समतुल्य होती है ⇒ $\frac{1}{3^{-7}} = \frac{3^7}{1} = 3^7$।

अतः,

2^{-4} को अंश से हर में ले जाया जाता है जहाँ इसे 2^4 लिखा जाता है। ⇒	$\frac{2^{-4}}{3^{-7}} = \frac{3^7}{2^4}$	⇐ 3^{-7} को हर अंश में ले जाया जाता है जहाँ इसे 3^7 लिखा जाता है।

(C) प्रश्नावली

प्रश्न 1 से 33 में, चार विकल्प दिए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है। सही उत्तर लिखिए।

1. 2^n में, n कहलाता है–

(a) आधार (b) अचर (c) घातांक (d) चर

2. एक निश्चित आधार 10 के लिए यदि घातांक 1 कम कर दिया जाये, तो वह संख्या बन जाती है–

(a) पिछली संख्या का एक–दशांश

(b) पिछली संख्या का दस गुना

(c) पिछली संख्या का शतांश

(d) पिछली संख्या का सौ गुना

3. 3^{-2} को लिखा जा सकता है–

(a) 3^2 (b) $\frac{1}{3^2}$ (c) $\frac{1}{3^{-2}}$ (d) $-\frac{2}{3}$

4. $\frac{1}{4^{-2}}$ का मान है–

(a) 16 (b) 8 (c) $\frac{1}{16}$ (d) $\frac{1}{8}$

5. $3^5 \div 3^{-6}$ का मान है–

(a) $\frac{1}{3}$ (b) 3 (c) 3^{11} (d) 3^{-11}

6. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ का मान है–

(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{4}{25}$ (c) $\frac{25}{4}$ (d) $\frac{5}{2}$

7. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ का व्युत्क्रम है–

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $-\frac{5}{2}$ (d) $-\frac{2}{5}$

8. 10^{-100} का गुणन प्रतिलोम है–

(a) 10 (b) 100 (c) 10^{100} (d) 10^{-100}

9. $(-2)^{2\times3-1}$ का मान है–

(a) 32 (b) 64 (c) – 32 (d) – 64

10. $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ का मान बराबर है–

(a) $\frac{16}{81}$ (b) $\frac{81}{16}$ (c) $\frac{-16}{81}$ (d) $\frac{81}{-16}$

यहाँ दी गयी सारणी 10 की कई घातों को विभिन्न रूपों में प्रदर्शित करती है। निम्नलिखित पर ध्यान दीजिए:

- घनात्मक पूर्णांकीय घातांकों वाली 10 की घातों में 10 का बारंबार गुणन होता है।
- ऋणात्मक पूर्णांकीय घातांकों वाली 10 की घातों में $\frac{1}{10}$ (10 का गुणन प्रतिलोम) का बारंबार गुणन होता है।
- शून्य घातांक वाली 10 की घात 1 के बराबर होती है।

घात	बारंबार गुणन	सामान्य रूप
10^3	$1 \times 10 \times 10 \times 10$	1000
10^2	$1 \times 10 \times 10$	100
10^1	1×10	10
10^0	1	1
10^{-1}	$1 \times \frac{1}{10}$	0.1
10^{-2}	$1 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	0.01
10^{-3}	$1 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$	0.001

11. $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-99}$ का गुणन प्रतिलोम है–

(a) $\left(-\frac{5}{9}\right)^{99}$ (b) $\left(\frac{5}{9}\right)^{99}$ (c) $\left(\frac{9}{-5}\right)^{99}$ (d) $\left(\frac{9}{5}\right)^{99}$

12. यदि x कोई शून्येतर पूर्णांक है और m, n ऋणात्मक पूर्णांक हैं, तो $x^m \times x^n$ बराबर है–

(a) x^m (b) x^{m+n} (c) x^n (d) x^{m-n}

13. यदि y कोई शून्येतर पूर्णांक है, तो y^0 बराबर है–

(a) 1 (b) 0 (c) – 1 (c) परिभाषित नहीं

14. यदि x कोई शून्येतर पूर्णांक है, तो x^{-1} बराबर है–

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) $-x$ (c) $\frac{-1}{x}$

12/04/18

15. यदि x कोई शून्य के अतिरिक्त पूर्णांक है और m कोई धनात्मक पूर्णांक है, तो x^{-m} बराबर है–

(a) x^m (b) $-x^m$ (c) $\frac{1}{x^m}$ (d) $\frac{-1}{x^m}$

16. यदि x कोई शून्य के अतिरिक्त पूर्णांक है तथा m और n कोई पूर्णांक हैं, तो $(x^m)^n$ बराबर है–

(a) x^{m+n} (b) x^{mn} (c) $x^{\frac{m}{n}}$ (d) x^{m-n}

17. निम्न में से कौन $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$ के बराबर है?

(a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (b) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$ (d) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{3}$

18. $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-5}$ बराबर है–

(a) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-5}$ (b) $\left(\frac{5}{7}\right)^{5}$ (c) $\left(\frac{7}{5}\right)^{5}$ (d) $-\frac{7}{5}^{5}$

19. $\left(\frac{-7}{5}\right)^{-1}$ बराबर है–

(a) $\frac{5}{7}$ (b) $-\frac{5}{7}$ (c) $\frac{7}{5}$ (d) $\frac{-7}{5}$

20. $(-9)^3 \div (-9)^8$ बराबर है–

(a) $(9)^5$ (b) $(9)^{-5}$ (c) $(-9)^5$ (d) $(-9)^{-5}$

21. किसी शून्येतर पूर्णांक x के लिए, $x^7 \div x^{12}$ बराबर है–

(a) x^5 (b) x^{19} (c) x^{-5} (d) x^{-19}

22. किसी शून्येतर पूर्णांक x के लिए, $(x^4)^{-3}$ बराबर है–

(a) x^{12} (b) x^{-12} (c) x^{64} (d) x^{-64}

23. $(7^{-1} - 8^{-1})^{-1} - (3^{-1} - 4^{-1})^{-1}$ का मान बराबर है–

(a) 44 (b) 56 (c) 68 (d) 12

24. 0.000064 का मानक रूप है–

(a) 64×10^4 (b) 64×10^{-4} (c) 6.4×10^5 (d) 6.4×10^{-5}

25. 23,40,00,000 का मानक रूप है–

(a) 2.34×10^{8} (b) 0.234×10^{9} (c) 2.34×10^{-8} (d) 0.234×10^{-9}

26. 2.03×10^{-5} का सामान्य रूप है–

(a) 0.203 (b) 0.00203 (c) 2,03,000 (d) 0.0000203

अन्वेषण कीजिए

10 की शून्य तथा ऋणात्मक घात प्राप्त करने के लिए एक पैटर्न का उपयोग कीजिए।

चरण 1: सारणी की प्रतिलिपि बनाइए तथा 10^2 तथा 10^1 का मूल्यांकन करके अगली दो कतार पूर्ण कीजिए।

चरण 2: जो कतार आपने पूरी की हैं उन्हें देखिए। घातांक में 1 की कमी होने पर प्रत्येक बार मानक रूप किस प्रकार परिवर्तित होता है?

चरण 3: सारणी में शेष कतार पूरी करने के लिए चरण 2 में स्थापित किये गये पैटर्न का उपयोग कीजिए।

घात	सामान्य रूप
10^3	1000
10^2	?
10^1	?
10^0	?
10^{-1}	?
10^{-2}	?
10^{-3}	?

27. $\left(\frac{1}{10}\right)^0$ बराबर है–

(a) 0 (b) $\frac{1}{10}$ (c) 1 (d) 10

28. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{5}{3}\right)^5$ बराबर है–

(a) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^5$ (b) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^1$ (c) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^0$ (d) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{5}{3}\right)^{10}$

29. किन्हीं दो शून्येतर परिमेय संख्याओं x और y के लिए, $x^4 \div y^4$ बराबर है–

(a) $(x \div y)^0$ (b) $(x \div y)^1$ (c) $(x \div y)^4$ (d) $(x \div y)^8$

30. एक शून्येतर परिमेय संख्या p के लिए, $p^{13} \div p^8$ बराबर है–

(a) p^5 (b) p^{21} (c) p^{-5} (d) p^{-19}

31. एक शून्येतर परिमेय संख्या z के लिए, $(z^{-2})^3$ बराबर है–

(a) z^6 (b) z^{-6} (c) z^1 (d) z^4

32. $-\frac{1}{2}$ का घन है-

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{16}$ (c) $-\frac{1}{8}$ (d) $-\frac{1}{16}$

33. निम्न में से कौन $\left(\frac{2}{3}\right)^{4}$ का व्युत्क्रम नहीं है?

(a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{4}$ (b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$ (c) $\frac{2}{3}^{\,-4}$ (d) $\frac{3^4}{2^4}$

प्रश्न 34 से 65 में, रिक्त स्थानों को भरिए, ताकि कथन सत्य हो जाएँ-

34. 10^{10} का गुणन प्रतिलोम __________ है।

35. $a^3 \times a^{10}$ = __________ है।

निष्कर्ष निकालिए

इन प्रश्नों को पूरा करने के लिए अपने प्रेक्षणों का उपयोग कीजिए।

10 की घात को सामान्य रूप में लिखिए।

1. 10^4 2. 10^9 3. 10^{-4} 4. 10^{-6}

36. 5^0 = __________ है।

37. $5^5 \times 5^{-5}$ = __________ है।

38. $\left(\frac{1}{2^3}\right)^{2}$ का मान __________ है।

39. 8^{-2} के लिए आधार 2 की घात वाला व्यंजक __________ है।

40. बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में 10 की __________ घातों का प्रयोग करके व्यक्त किया जा सकता है।

41. बहुत बड़ी संख्याओं को मानक रूप में 10 की __________ घातों का प्रयोग करके व्यक्त किया जा सकता है।

42. $(10)^5$ को $(10)^{-10}$ से गुणा करने पर, हमें ________ प्राप्त होता है।

43. $\left[\left(\frac{2}{13}\right)^{-6} \div \left(\frac{2}{13}\right)^{3}\right]^{3} \times \left(\frac{2}{13}\right)^{-9}$ = ________ है।

44. $[4^{-1} + 3^{-1} + 6^{-2}]^{-1}$ का मान ________ है।

45. $[2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1}]^0 =$ ______ है।

46. $\left(\frac{1}{100000000}\right)$ का मानक रूप ______ है।

47. 1,23,40,000 का मानक रूप ______ है।

48. 3.41×10^6 का सामान्य रूप ______ है।

49. 2.39461×10^6 का सामान्य रूप ______ है।

50. यदि $36 = 6 \times 6 = 6^2$ है, तो $\frac{1}{36}$ आधार 6 की एक घात के रूप में ______ है।

मुख्य अवधारणा

वैज्ञानिक संकेतन

किसी संख्या को वैज्ञानिक संकेतन में लिखा गया माना जाता है जब इसका रूप $c \times 10^n$ हो, जहाँ $c > 1$, $c < 10$ तथा n एक पूर्णांक है।

सामान्य रूप	गुणन रूप	वैज्ञानिक संकेतन
325,000	$3.25 \times 100,000$	3.25×10^5
0.0005	5×0.0001	5×10^{-4}

51. $\left(\frac{5}{3}\right)^4$ को ______ से गुणा करने पर, हमे 5^4 प्राप्त होता है।

52. $3^5 \div 3^{-6}$ को ______ रूप में सरलीकृत किया जा सकता है।

53. 3×10^{-7} का मान ______ है।

54. मानक रूप में दी हुई संख्याओं को जोड़ने के लिए, हम पहले उन्हें ______ घातांकों वाली संख्याओं में बदलते हैं।

55. 32,50,00,00,000 का मानक रूप ______ है।

56. 0.000000008 का मानक रूप ______ है।

57. 2.3×10^{-10} का सामान्य रूप ______ है।

58. 8^5 को ______ से भाग देने पर हमें 8 प्राप्त होता है।

59. ______ को 2^{-5} से गुणा करने पर, हमें 2^5 प्राप्त होता है।

60. $[3^{-1} \times 4^{-1}]^2$ का मान ______ है।

61. $[2^{-1} \times 3^{-1}]^{-1}$ का मान _________ है।

62. $(6^0 - 7^0) \times (6^0 + 7^0)$ को सरल करने पर, हमें ________ प्राप्त होता है।

63. 3^5 को ऋणात्मक घातांक के साथ लिखने के लिए व्यंजक _________ है।

64. $(-7)^6 \div 7^6$ का मान _________ है।

65. $[1^{-2} + 2^{-2} + 3^{-2}] \times 6^2$ का मान ________ है।

प्रश्न 66 से 90 में, बताइए कि कथन सत्य हैं या असत्य–

66. $(-4)^{-2}$ का गुणन प्रतिलोम $(4)^{-2}$ है।

67. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ का गुणन प्रतिलोम $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ के बराबर नहीं है।

68. $10^{-2} = \frac{1}{100}$ है।

69. $24.58 = 2 \times 10 + 4 \times 1 + 5 \times 10 + 8 \times 100$ है।

70. $329.25 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$ है।

71. $(-5)^{-2} \times (-5)^{-3} = (-5)^{-6}$ है।

72. $(-4)^{-4} \times (4)^{-1} = (4)^5$ है।

73. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ है।

74. $5^0 = 5$ है।

75. $(-2)^0 = 2$ है।

76. $\left(-\frac{8}{2}\right)^0 = 0$ है।

77. $(-6)^0 = -1$ है।

78. $(-7)^{-4} \times (-7)^2 = (-7)^{-2}$ है।

79. $\frac{1}{4^{-2}}$ का मान 16 है।

80. 4^{-3} के लिए आधार 2 की घात के रूप का व्यंजक 2^6 है।

81. $a^p \times b^q = (ab)^{pq}$ है।

82. $\frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{y}{x}\right)^{-m}$ होता है।

83. $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$ होता है।

84. $(-2)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4$ का घातांकीय रूप 5^4 है।

85. 0.000037 का मानक रूप 3.7×10^{-5} है।

मुख्य अवधारणा

शून्य तथा ऋणात्मक घातांकों की परिभाषा

मान लीजिए कि a कोई शून्येतर संख्या तथा n एक पूर्णांक है।

शब्द	बीजगणित	उदाहरण
a का घात शून्य 1 होता है।	$a^0 = 1$	$5^0 = 1$
a^{-n} का व्युत्क्रम a^{-n} है।	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$
a^n का व्युत्क्रम a^n है।	$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$2 = \frac{1}{2^{-1}}$

86. 203000 का मानक रूप 2.03×10^5 है।

87. 2×10^{-2} का सामान्य रूप 0.02 नहीं है।

88. 5^{-2} का मान 25 है।

89. बड़ी संख्याओं को 10 की धनात्मक घातों का प्रयोग करके मानक रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

90. $a^m \times b^m = (ab)^m$ है।

91. निम्न के गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए–

(i) 100^{-10} (ii) $2^{-2} \times 2^{-3}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

92. $3^{-5} \times 3^{-4}$ को धनात्मक घातांक वाली 3 की घात के रूप में व्यक्त कीजिए।

93. 16^{-2} को आधार 2 की घात के रूप में व्यक्त कीजिए।

94. $\frac{27}{64}$ और $\frac{-27}{64}$ को परिमेय संख्याओं की घातों के रूप में व्यक्त कीजिए।

95. $\frac{16}{81}$ और $\frac{-16}{81}$ को परिमेय संख्याओं के घातों के रूप में व्यक्त कीजिए।

96. निम्न को एक परिमेय संख्या की घात के रूप में लिखिए, जिसमें ऋणात्मक घातांक हो–

(a) $\left(\left(\frac{-3}{2}\right)^{-2}\right)^{-3}$ (b) $(2^5 \div 2^8) \times 2^{-7}$

97. (–2) के घन और (+4) के वर्ग का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

98. सरल कीजिए–

(i) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

(ii) $\left(\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right)^{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \times 3^{-1} \times \frac{1}{6}$

(iii) $\frac{49 \times z^{-3}}{7^{-3} \times 10 \times z^{-5}}\ (z \neq 0)$

(iv) $(2^5 \div 2^8) \times 2^{-7}$

99. निम्न में x का मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-14} = \left(\frac{5}{3}\right)^{8x}$

(ii) $(-2)^3 \times (-2)^{-6} = (-2)^{2x-1}$

(iii) $(2^{-1} + 4^{-1} + 6^{-1} + 8^{-1})^x = 1$

100. 293 को 10,00,000 से भाग दीजिए और परिणाम को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

101. x^{-3} का मान ज्ञात कीजिए, यदि $x = (100)^{1-4} \div (100)^0$ है।

102. $(-29)^0$ को किस संख्या से गुणा करें कि गुणनफल $(+29)^0$ हो जाए?

103. $(-15)^{-1}$ को किस संख्या से भाग दिया जाए कि भागफल $(-15)^{-1}$ हो?

एक युक्ति की योजना बनाइए:

- आवश्यकता से अधिक/आवश्यकता से कम सूचना पहचानना।

  जब आप किसी समस्या को पढ़ते हैं, तो आपको निर्णय करना होता है कि उसमें आवश्यकता से अधिक अथवा आवश्यकता से कम सूचना है। यदि समस्या में आवश्यकता से अधिक सूचना है, तो आप निर्णय कीजिए कि समस्या को हल करने में उसमें से कितनी सूचना लेनी है। यदि समस्या में आवश्यकता से कम सूचना है, तो अब निर्धारित कीजिए कि समस्या का हल करके कितनी अतिरिक्त सूचना चाहिए।

- नीचे दी गयी समस्याओं को पढ़िए तथा निर्णय कीजिए कि प्रत्येक समस्या में कोई आवश्यकता से अधिक सूचना है अथवा आवश्यकता से कम सूचना है। यदि आवश्यकता से अधिक सूचना है, तो बताइए कि समस्या हल करने में आप किस सूचना का उपयोग करेंगे। यदि आवश्यकता से कम सूचना है, तो बताइए कि समस्या को हल करने में आप को किस अतिरिक्त सूचना की आवशयकता है।

- सोमवार को 20 विद्यार्थियों ने एक परीक्षा दी। 185 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या 10 तथा 85 से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या भी 10 थी। औसत अंक कितना रहा।

- आयशा मैराथन दौड़ के लिए अभ्यास कर रही है। वह सोमवार को 50 मिनट, बुधवार को 70 मिनट तथा शुक्रवार को 45 मिनट दौड़ी। मंगलवार तथा बृहस्पतिवार में से प्रत्येक दिन उसने जिम में भार उठाए। आयशा ने अंतिम सप्ताह में दौड़ने में प्रतिदिन कितना औसत समय व्यतीत किया?

104. $(-7)^{-2} \div (90)^{-1}$ का गुणन प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

105. यदि $5^{3x-1} \div 25 = 125$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

106. 39,00,00,000 को मानक रूप में लिखिए।

107. 0.000005678 को मानक रूप में लिखिए।

108. 3.2×10^6 और 4.1×10^{-1} के गुणनफल को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

109. $\dfrac{1.5\times10^6}{2.5\times10^{-4}}$ को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

110. कुछ स्थानांतरण करने वाली चिड़िया स्वदेश की चरम जलवायु संबंधी परिस्थितियों से बचने के लिए 15000 km तक की दूरी तय करती हैं। इस दूरी को, वैज्ञानिक संकेतन का प्रयोग करते हुए मीटरों में लिखिए।

111. प्लूटो सूर्य से 5,91,30,00,000 m की दूरी पर है। इस दूरी को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

112. कुछ विशेष तुलाएँ 0.00000001 ग्राम तक का भार तोल सकती हैं। इस संख्या को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

113. चीनी की एक फैक्ट्री की वार्षिक बिक्री 3 बिलियन 720 मिलियन किलोग्राम है। इस बिक्री को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

114. रक्त में लाल रक्त सैलों की संख्या लगभग 5.5 मिलियन प्रति घन मिलीमीटर है। यदि औसतन शरीर में 5 लीटर रक्त होता है, तो शरीर में लाल रक्त सैलों की संख्या कितनी है? इसे मानक रूप में लिखिए। (1लीटर = 100000mm^3 है)

115. निम्न में से प्रत्येक को मानक रूप में व्यक्त कीजिए –

(a) एक प्रोटोन का द्रव्यमान (ग्राम में) निम्न है

$$\frac{1673}{1000000000000000000000000000}$$

(b) हीलियम के एक परमाणु का व्यास 0.000000022cm है।

(c) हाइड्रोजन गैस के एक अणु का द्रव्यमान लगभग 0.00000000000000000000334 टन है।

(d) मानव शरीर में विभिन्न आकारों और मापों वाले 1 ट्रिलियन सेल होते हैं।

(e) $56km$ को m में व्यक्त कीजिए।

(f) 5 टन को ग्राम में व्यक्त कीजिए।

(g) 2 वर्षों को सेकेंडों में बदलिए।

(h) 5 हेक्टेयर को cm^2 में बदलिए। (1 हेक्टेयर = $10000m^2$)

116. x ज्ञात कीजिए, ताकि $\left(\frac{2}{9}\right)^3 \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{9}\right)^{2x-1}$ हो।

117. $\left(\frac{-3}{2}\right)^{-3}$ को किस संख्या से भाग दिया जाए कि भागफल $\left(\frac{4}{27}\right)^{-2}$ प्राप्त हो?

118. यदि $\frac{6^n}{6^{-2}} = 6^3$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

119. यदि $\frac{2^n \times 2^6}{2^{-3}} = 2^{18}$ है, तो n का मान ज्ञात कीजिए।

120. $\frac{125 \times x^{-3}}{5^{-3} \times 25 \times x^{-6}}$ को सरल कीजिए।

121. $\frac{16 \times 10^2 \times 64}{2^4 \times 4^2}$ को सरल कीजिए।

122. यदि $\frac{5^m \times 5^3 \times 5^{-2}}{5^{-5}} = 5^{12}$ है, तो m ज्ञात कीजिए।

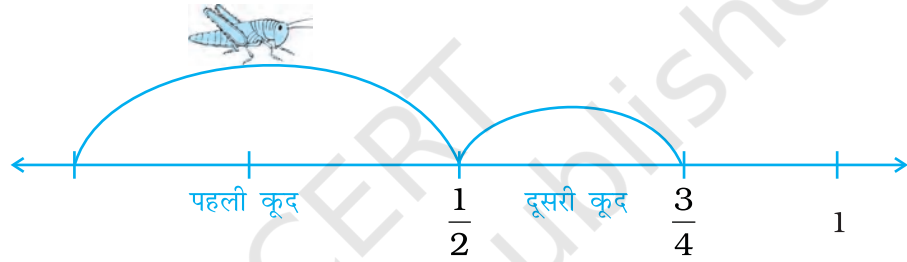
123. एक नवजात भालू का भार 4 kg है। पाँच वर्ष की आयु के भालू का क्या भार होगा, यदि 5 वर्षों में भालू का भार पिछले भार की दूसरी घात हो जाता है?

124. किसी जीवाणु के सेल प्रत्येक 30 मिनट में दोगुने हो जाते हैं। कोई वैज्ञानिक केवल एक सेल से प्रारंभ करता है। निम्न समय के बाद कितने सैल हो जाएँगे?

(a) 12 घंटे (b) 24 घंटे

125. ग्रह A पृथ्वी से $9.35 \times 10^6\ km$ की दूरी पर है तथा ग्रह B पृथ्वी से $6.27 \times 10^7\ m$ की दूरी पर है। कौन-सा ग्रह पृथ्वी के अधिक निकट है?

126. किसी जीवाणु के सेल प्रत्येक घंटे में दोगुने हो जाते हैं। यदि हम प्रारंभिक रूप से 1 सेल लें, तो 8 घंटे बाद कितने सेल हो जाएँगे? उत्तर को घातों के रूप में व्यक्त कीजिए।

127. कोई कीड़ा एक संख्या रेखा के बिंदु O पर है और वह 1 की ओर उछल रहा है। वह प्रत्येक उछाल में, अपनी वर्तमान स्थिति से 1 के बीच की दूरी की आधी दूरी तय करता है। अतः, वह एक उछाल के बाद $\frac{1}{2}$, दो उछालों के बाद $\frac{3}{4}$ इत्यादि पर होगा।

(a) कीड़े की प्रथम 10 उछालों के बाद की स्थितियों को दर्शाने वाली एक सारणी बनाइए।

(b) n उछालों के बाद कीड़ा कहाँ होगा?

(c) क्या कीड़ा कभी 1 तक पहुँच पाएगा? स्पष्ट कीजिए।

128. **इकाई का अंक बताना–** इस सारणी की प्रतिलिपि बनाकर इसे पूरा कीजिए और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

घात सारणी

x	1^x	2^x	3^x	4^x	5^x	6^x	7^x	8^x	9^x	10^x
1	1	2								
2	1	4								
3	1	8								
4	1	16								
5	1	32								
6	1	64								
7	1	128								
8	1	256								
घातों की इकाइयों के अंक	1	2,4,8,6								

(a) बताइए कि घातों की इकाइयों के अंकों में आप क्या पैटर्न देखते हैं।

(b) निम्न में प्रत्येक के लिए इकाई का अंक बताइए–

1. 4^{12} 2. 9^{20} 3. 3^{17} 4. 5^{100} 5. 10^{500}

(c) निम्न में प्रत्येक के लिए इकाई का अंक बताइए–

1. 31^{10} 2. 12^{10} 3. 17^{21} 4. 29^{10}

129. खगोलविज्ञान– निम्न सारणी हमारे सौर मंडल में ग्रहों तथा सूर्य और चंद्रमा के द्रव्यमान दर्शाती है–

खगोलीय पिंड	द्रव्यमान (किग्रा में)	मानक संकेतन में द्रव्यमान (किग्रा में)
सूर्य	1,990,000,000,000,000,000,000,000,000,000	1.99×10^{30}
बुध	330,000,000,000,000,000,000,000	
शुक्र	4,870,000,000,000,000,000,000,000	
पृथ्वी	5,970,000,000,000,000,000,000,000	
मंगल	642,000,000,000,000,000,000,000	
बृहस्पति	1,900,000,000,000,000,000,000,000,000	
शनि	568,000,000,000,000,000,000,000,000	
यूरेनस	86,800,000,000,000,000,000,000,000	
नेप्चून	102,000,000,000,000,000,000,000,000	
प्लूटो	12,700,000,000,000,000,000,000	
चंद्रमा	73,500,000,000,000,000,000,000	

(a) प्रत्येक ग्रह और चंद्रमा का द्रव्यमान वैज्ञानिक संकेतन में लिखिए।

(b) ग्रहों और चंद्रमा को द्रव्यमान के अनुसार छोटे से बड़े क्रम में लिखिए।

(c) किस ग्रह का द्रव्यमान लगभग वही है जो पृथ्वी का है?

130. सौर मंडल की खोज – नीचे दी गई सारणी सूर्य से प्रत्येक ग्रह की औसत दूरी दर्शाती है–

ग्रह	सूर्य से दूरी (km में)	सूर्य से दूरी (km में) मानक संकेतन
पृथ्वी	149,600,000	1.496×10^{8}
बृहस्पति	778,300,000	
मंगल	227,900,000	
बुध	57,900,000	
नेप्चून	4,497,000,000	
प्लूटो	5,900,000,000	
शनि	1,427,000,000	
यूरेनस	2,870,000,000	
शुक्र	108,200,000	

(a) सूर्य से प्रत्येक ग्रह की दूरी को वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त कर सारणी को पूरा कीजिए।

(b) सूर्य के निकट से सूर्य के दूर होने वाले क्रम में ग्रहों को व्यवस्थित कीजिए।

12/04/18

131. यह सारणी पाँच रासायनिक तत्वों एक परमाणु के द्रव्यमान को प्रदर्शित करती है। इसका प्रयोग करते हुए, आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

तत्व	परमाणु का द्रव्यमान (kg में)
टिटेनियम	7.95×10^{-26}
लेड (सीसा)	3.44×10^{-25}
सिलवर (चाँदी)	1.79×10^{-25}
लीथियम	1.15×10^{-26}
हाइड्रोजन	1.674×10^{-27}

(a) कौन-सा तत्व सबसे अधिक भारी है?

(b) सिल्वर या टिटेनियम में से कौन-सा तत्व हल्का है?

(c) सभी पाँचों तत्वों को हल्के से भारी के क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

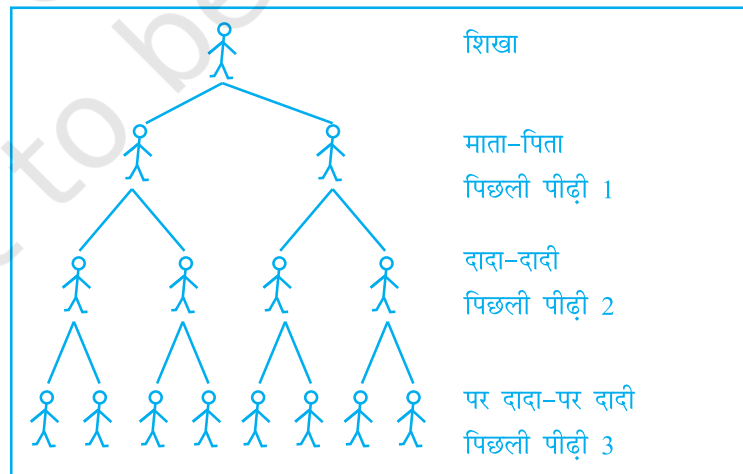
132. ग्रह यूरेनस सूर्य से लगभग 2896819200000 मीटर दूर है। यह दूरी मानक रूप में क्या है?

133. एक इंच लगभग 0.02543 मीटर है। इसको मानक रूप में लिखिए।

134. पृथ्वी का आयतन सूर्य के आयतन का लगभग 7.67×10^{-7} गुना है। इस संख्या को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए।

135. एक इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान लगभग $9.1093826 \times 10^{-31}$ kg है। ग्राम में यह द्रव्यमान क्या है?

136. 20वीं शताब्दी के अंत में, विश्व की जनसंख्या लगभग 6.1×10^{9} थी। इस जनसंख्या को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए। आप इस संख्या को शब्दों में किस प्रकार बोलेंगे?

137. अपने परिवार के इतिहास का अध्ययन करने के लिए शिखा ने अपने पूर्वजों की पिछली 12 पीढ़ियों का रिकार्ड खोज लिया। उसने पता किया कि पिछली 12 पीढ़ियों में उसके कितने पूर्वज थे। इस संख्या को जानने के लिए, उसने एक आरेख बनाना प्रारंभ किया। कुछ समय बाद, आरेख जटिल होने लगा।

(a) 12 पीढ़ियों में से प्रत्येक में पूर्वजों की संख्या दर्शाने के लिए एक सारणी और आलेख बनाइए।

(b) एक दी हुई पीढ़ी n के पूर्वजों की संख्या के लिए एक समीकरण लिखिए।

138. किसी नदी से होकर प्रत्येक दिन लगभग 230 बिलियन लीटर पानी बहता है। एक सप्ताह में इस नदी से होकर कितने लीटर पानी बहता है? एक वर्ष में, इस नदी से होकर कितने लीटर पानी बहता है? अपने उत्तर वैज्ञानिक संकेतन में लिखिए।

139. एक अर्ध जीवनकाल का अर्थ है कि एक रेडियोधर्मी पदार्थ को अपनी प्रारंभिक राशि से आधी राशि तक क्षय होने में कितना समय लगता है।

(a) मान लीजिए कि रेडियोधर्मी क्षय के कारण किसी पदार्थ का 300 ग्राम 3 अर्ध जीवनकालों में घट कर 300×2^{-3} ग्राम रह जाता है। यह ज्ञात करने के लिए कि कितना पदार्थ बचा है, 300×2^{-3} का मान निकालिए।

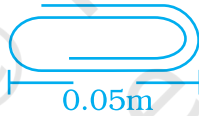
(b) स्पष्ट कीजिए कि क्यों व्यंजक 300×2^{-n} का n अर्ध-जीवनकालों के बाद शेष बची पदार्थ की मात्रा ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है।

140. किसी रेडियोधर्मी पदार्थ की एक मात्रा पर विचार कीजिए। व्यंजक 3^{-t} का उपयोग t अर्ध-जीवनकालों के बाद इस मात्रा के शेष भाग को ज्ञात करने में किया जा सकता है।

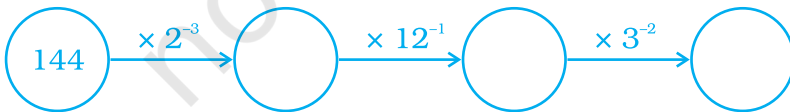
(a) उस पदार्थ का कितना भाग 7 अर्ध-जीवनकालों के बाद शेष रहता है?

(b) कितने अर्ध-जीवनकालों के बाद प्रारंभिक मात्र का $\frac{1}{243}$ भाग शेष रहता है?

141. एक फर्मी 10^{-15} मीटर के बराबर है। एक प्रोटॉन की त्रिज्या 1.3 फर्मीस है। एक प्रोटॉन की मीटरों में त्रिज्या को मानक रूप में लिखिए।

142. नीचे दिये गए पेपरक्लिप की लंबाई दर्शाई गयी है। लंबाई मानक रूप में कितनी है?

143. घातांकों के गुणों का प्रयोग करते हुए, सत्यापित कीजिए कि प्रत्येक कथन सत्य है?

(a) $\frac{1}{4}(2^n) = 2^{n-2}$ (b) $4^{n-1} = \frac{1}{4}(4)^n$ (c) $25(5^{n-2}) = 5^n$

144. रिक्त स्थानों को भरिए-

145. एक दिन में 86,400 सेकेंड होते हैं। एक सेकेंड कितने दिन लंबा है? अपने उत्तर को वैज्ञानिक संकेतन में व्यक्त कीजिए।

146. नीचे दी हुई सारणी किसी राज्य के 2008 और 2009 वर्षों में विभिन्न फसल उत्पादनों को दर्शाती है। इस सारणी को देखिए और आगे आने वाले प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

फसल	**2008 का उत्पादन (हेक्टेयर)**	**2009 के उत्पादन में वृद्धि / कमी (हेक्टेयर)**
बाजरा	1.4×10^3	– 100
ज्वार	1.7×10^6	– 440,000
चावल	3.7×10^3	– 100
गेहूँ	5.1×10^5	+ 190,000

(a) किस (किन) फसल (लों) के उत्पादन में कमी हुई?

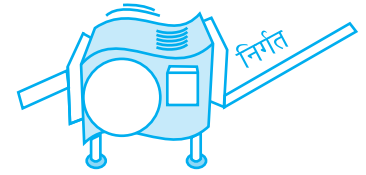
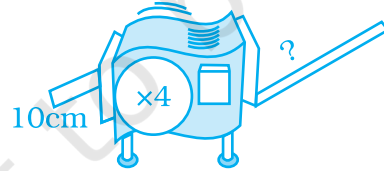
(b) वर्ष 2009 में हुए सभी फसलों के उत्पादनों को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

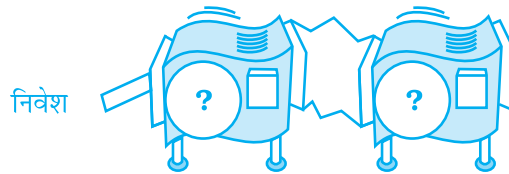
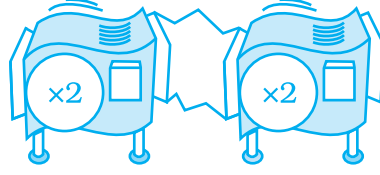
(c) यह कल्पना करते हुए कि, चावल के उत्पादन में प्रत्येक वर्ष उतनी ही कमी होगी जितनी 2009 में हुई है, तो 2015 में कितने हेक्टेयर भूमि में चावल का उत्पादन होगा? इसे मानक रूप में लिखिए।

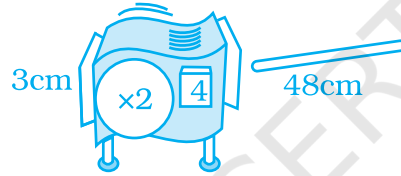
147. खींचने वाली मशीन

मान लीजिए कि आपके पास एक खींचने वाली मशीन है, जो अधिकांश वस्तुओं को खींचकर बड़ा कर सकती है। उदाहरणार्थ, यदि आप एक '× 4' खींचने वाली मशीन में एक 5 मीटर लंबी डंडी डालते हैं, तो वह (नीचे के अनुसार) परिणाम देती है। आप 20 मीटर लंबी डंडी प्राप्त करेंगे।

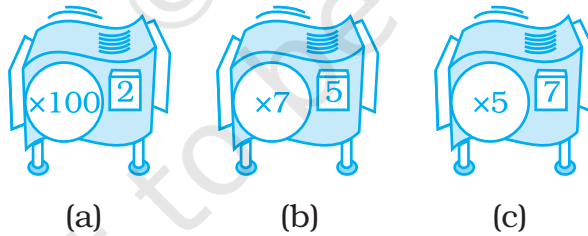
अब आप यदि आप '× 4' मशीन में 10 सेमी लंबी गाजर डालें, तो बाहर निकलने पर इसकी क्या लंबाई होगी?

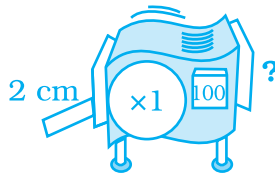
निवेश निर्गत

148. दो मशीनों को जोड़ा जा सकता है। यदि इन जोड़ी गयी मशीनों में कुछ डाला जाता है, तो पहली मशीन का निर्गम दूसरी मशीन का आगमन होता है।

(a) कौन-सी दो मशीनें मिलकर वही कार्य करती हैं जो एक मशीन '$\times 10^2$' कार्य करती है? क्या दो मशीनों की एक से अधिक ऐसी व्यवस्थाएँ हैं?

(b) कौन-सी खींचने वाली मशीन उतना ही कार्य करेगी जितना दो '×2' मशीनें मिलकर करती हैं?

149. रिपीटर मशीन

इसी प्रकार, रिपीटर मशीन एक परिकल्पित मशीन है, जो स्वतः ही वस्तुओं को बार-बार आवर्धित करती रहती है। उदाहरणार्थ, किसी तार को एक ($\times 2^4$) मशीन में भेजने का अर्थ वही है, जो उसे एक ($\times 2$) मशीन में चार बार भेजने का है। अतः, यदि आप तार के एक 3 सेमी टुकड़े को एक ($\times 2^4$) मशीन में भेजते हैं, तो उसकी लंबाई $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$ सेमी हो जाएगी। इसे इस प्रकार भी लिखा जा सकता है कि आधार 2 की मशीन को 4 बार अनुप्रयोगित किया गया है।

इस मशीन में 4 सेमी लंबी पट्टी डालने पर उसकी नयी लंबाई क्या होगी?

150. निम्न रिपीटर मशीनों में से प्रत्येक में, आधार मशीन का कितनी बार प्रयोग किया गया है तथा लंबाई में कुल खिंचाव कितना है?

(a) (b) (c)

151. ऐसी तीन रिपीटर मशीनें ज्ञात कीजिए, जो उतना ही कार्य करेंगी जो एक '×64' मशीन करती है। इन्हें खींचिए या इन्हें घातांकों का प्रयोग करते हुए स्पष्ट कीजिए।

152. निम्न मशीन 2 सेमी लंबी एक चॉक का क्या करेगी?

153. 0 घातांक वाली एक रिपीटर मशीन में आधार मशीन का 0 बार प्रयोग किया जाता है।

(a) ये मशीनें एक चॉक के टुकड़े का क्या करेंगी?

(b) आप 6^0 के मान के बारे में क्या सोचते हैं?

आप देख चुके हैं कि एक ही आधार वाली जोड़ी गयी रिपीटर मशीनों को एक अकेली रिपीटर मशीन से प्रतिस्थापित किया जा सकता है। इसी प्रकार, आप जब एक ही आधार वाले घातांकीय व्यंजकों का गुणा करते हैं, तो आप इन्हें एक ही व्यंजक से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।

आसिफ़ रज़ा ने सोचा कि कैसे वह व्यंजक $2^{20} \times 2^5$ को दुबारा लिख सकता है।

आसिफ़ का विचार घातांकों के एक गुणनफल नियम का है, जिसे नीचे दर्शाए गए सूत्र के अनुसार व्यक्त किया जा सकता है–

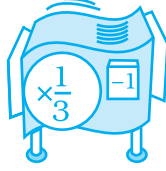
समान आधार वाले व्यंजकों का गुणा करना

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

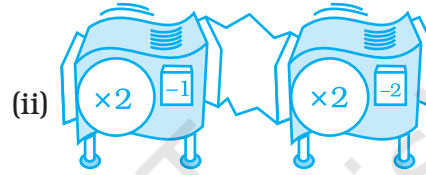
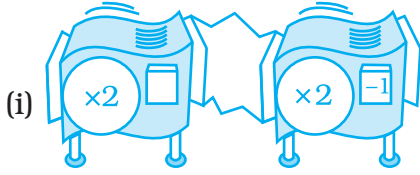
वास्तव में, इस नियम को दो से अधिक व्यंजकों के लिए भी प्रयुक्त किया जा सकता है। जब तक आधार समान रहें, गुणनफल ज्ञात करने के लिए, आप उसी आधार का प्रयोग करते हुए, घातांकों को जोड़ सकते हैं। उदाहरण के लिए,

$$3^2 \times 3^3 \times 3^{10} = 3^{2+3+10}$$
$$= 3^{15}$$

154. सिकोड़ने वाली मशीन–

सिकोड़ने वाली मशीन में, एक डंडी को दबा कर उसकी लंबाई कम की जाती है। यदि नीचे दी गई सिकोड़ने वाली मशीन में एक 9 cm लंबी सैंडविच रखी जाएगी, तो यह बाहर निकलने पर कितनी लंबी होगी?

155. जब 1cm लंबे कीड़े को निम्न मशीनों के संग्रह में डालते हैं, तो क्या होता है–

(i)

(ii)

156. संचय ने गोंद की 1cm लंबी पट्टी को एक (1×3^{-2}) मशीन में डाला। बाहर निकलने पर यह पट्टी कितनी लंबी थी?

157. अजय के पास 1cm लंबा एक गोंद की पट्टी का टुकड़ा था। उसने उसे नीचे दी हुई रिपीटर मशीन में डाल दिया और यह बाहर निकलने पर $\frac{1}{100,000}$ cm लंबा था। आकृति में अज्ञात मान क्या है?

158. एक अकेली मशीन ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करे, जो मशीनों के निम्न संग्रह करते हैं–

(a) एक $(\times 2^3)$ मशीन के बाद एक $(\times 2^{-2})$ मशीन

(b) एक $(\times 2^4)$ मशीन के बाद एक $\left(\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$ मशीन

(c) एक $(\times 5^{99})$ मशीन के बाद एक (5^{-100}) मशीन

माया ने $4^2 \times 3^2$ को खींचने वाली मशीन के बारे में सोचते हुए गुणा किया।

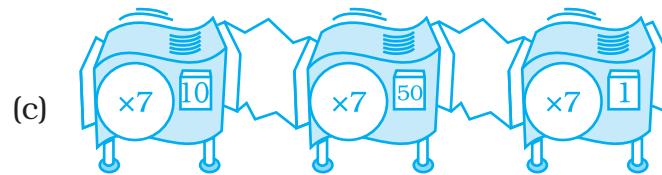
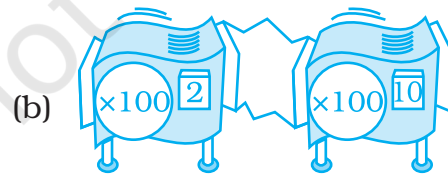
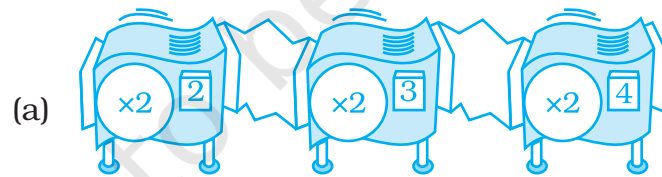
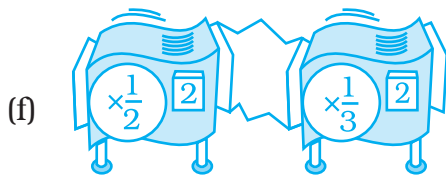
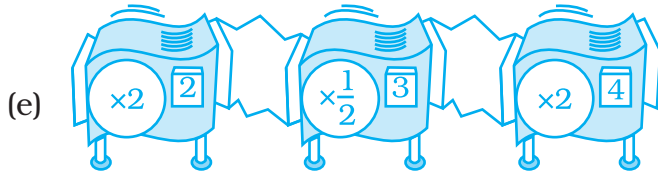
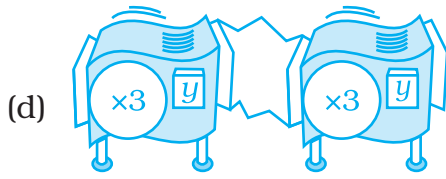
माया के विचार का प्रयोग करते हुए $5^3 \times 2^3$ ज्ञात कीजिए।

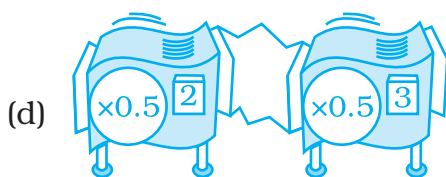
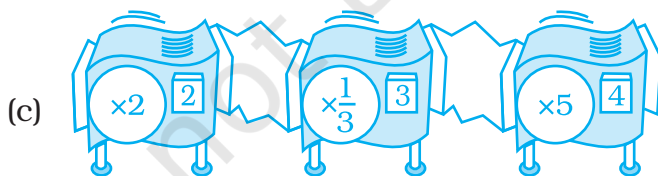
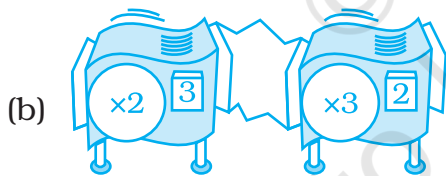
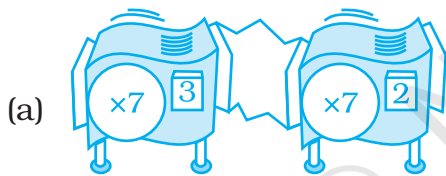
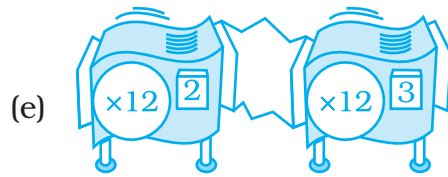
माया का विचार घातांकों को गुणा करने का एक अन्य नियम है।

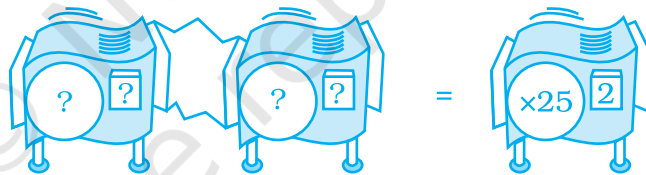
समान घातांकों वाले व्यंजकों का गुणन

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

आप इस नियम को दो से अधिक व्यंजकों के लिए भी प्रयोग कर सकते हैं। यदि घातांक समान हैं, तो व्यंजकों का गुणा करने के लिए, घातांक समान रखते हुए आधारों का गुणा कर दीजिए। उदाहरणार्थ, $2^8 \times 3^8 \times 7^8 = (2 \times 3 \times 7)^8 = 42^8$

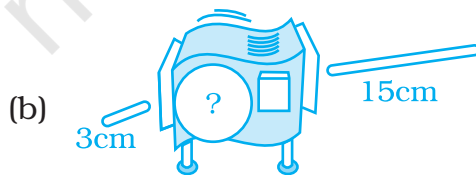
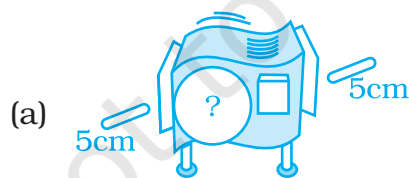
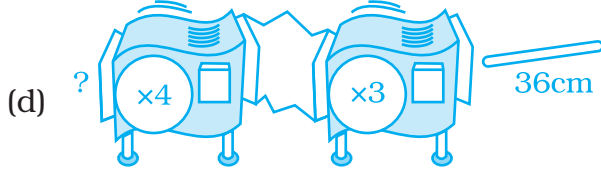
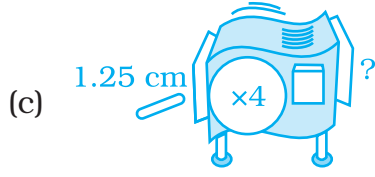
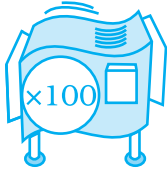
159. एक ऐसी अकेली रिपीटर मशीन ज्ञात कीजिए, जो उतना ही कार्य करेगी जितना नीचे दी गयी मशीनों का प्रत्येक संग्रह करता है–

160. मशीनों के प्रत्येक संग्रह के लिए, निर्धारित कीजिए कि क्या कोई ऐसी अकेली रिपीटर मशीन है जो वही कार्य करेगी जो यह संग्रह करता है। यदि हाँ तो इसका विवरण दीजिए या इसकी आकृति खींचिए।

(e)

161. शिखा को एक गोल्फ कोर्स डिज़ाइनर से एक ($\times 2^3$) मशीन द्वारा और फिर एक ($\times 3^3$) मशीन द्वारा ताड़ के पेड़ लगाने का आर्डर प्राप्त होता है। वह सोचती है कि वह इस कार्य को एक अकेली रिपीटर मशीन से कर सकती है। उसे किस अकेली रिपीटर मशीन का प्रयोग करना चाहिए?

162. नेहा को कुछ स्टिक्स को उनकी मूल लंबाइयों से 25^2 गुना खींच कर लंबा करवाना है, परंतु उसकी ($\times 25$) मशीन टूट जाती है। दो रिपीटर मशीनों का संग्रह ज्ञात कीजिये जो ($\times 25$) मशीन के समान ही कार्य कर सके। इसको प्रारंभ करने के लिए, आप एक ऐसे संग्रह के बारे में सोचिए जिसे आप एक ($\times 25$) मशीन के बदले में प्रयोग कर सकते हैं।

163. प्रत्येक आरेख के लिए, अज्ञात सूचना की पूर्ति कीजिए।

(a)
(b)

(c)

(d)

164. यदि संभव है, तो अभाज्य संख्या के आधार वाली मशीनों का एक संग्रह ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करे जो एक दी हुई खींचने वाली मशीन करती है। (×1) मशीन का प्रयोग मत कीजिए।

165. ऐसी दो रिपीटर मशीनें ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करें जो एक (×81) मशीन करती है।

166, एक रिपीटर मशीन ज्ञात कीजिए, जो वही कार्य करे जो एक $(\times \frac{1}{8})$ मशीन कार्य करती है।

167. ऐसी तीन मशीनें ज्ञात कीजिए, जो (×5) मशीनों के संग्रहों से बदली जा सकती हैं।

168. नीचे दिये गये चार्ट के बाएँ स्तंभ में रिब्बन के निवेश टुकड़ों की लंबाइयाँ दी गयी हैं। खींचने वाली मशीनें ऊपर दी गयी हैं। अन्य प्रविष्टियाँ उस पंक्ति द्वारा रिब्बन को उस स्तंभ में दी गयी मशीन में निवेश करने से प्राप्त निर्गतों की हैं। इसकी प्रतिलिपि बनाकर पूरा कीजिए–

निवेश लंबाई	मशीन		
	× 2		
	1	5	
3			
	14		35

169. नीचे दिये गये चार्ट के बाएँ स्तंभ में सोने की प्रवेश जंजीरों की लंबाइयाँ दी गयी हैं तथा रिपीटर मशीनों को ऊपर लिखा गया है। अन्य प्रविष्टियाँ उन निर्गतों के लिए हैं जो उस पंक्ति में से दिये गये जंजीर के निवेश द्वारा उस स्तंभ में दी रिपीटर मशीन द्वारा प्राप्त होते हैं। इसकी प्रतिलिपि बनाकर इसे पूरा कीजिए।

निवेश लंबाई	**रिपीटर मशीन**		
	$\times 2^3$	3^3	
	40		125
2			50
		162	

170. बहुत समय पहले, प्राचीन काल में, एक किसान ने एक राजा की पुत्री की जान बचाई। राजा ने किसान को उसकी इच्छानुसार पुरस्कार देने का निर्णय किया। वह किसान, जो शतरंज का एक चैंपियन था, ने एक असामान्य प्रार्थना की जो इस प्रकार है–

''मैं चाहता हूँ कि आप 1 रुपया मेरे शतरंज के बोर्ड के पहले वर्ग पर रखें, 2 रुपए दूसरे वर्ग पर, 4 रुपए तीसरे वर्ग पर, 8 रुपए चौथे वर्ग पर, और इसी प्रकार आगे रखते जाएँ, जब तक कि सभी 64 वर्गों पर रुपए न रख दिए जाएँ। प्रत्येक वर्ग में उस वर्ग से पहले वर्ग में रखे रुपयों के दुगुने रुपए रखे होने चाहिए।'' राजा ने सोचा कि यह राशि बहुत कम है। इसलिए उसने किसान से कोई अच्छा पुरस्कार माँगने के लिए कहा। परंतु किसान उससे सहमत नहीं हुआ।

क्या आप सोचते हैं कि किसान का चुनाव बुद्धिमतापूर्ण था?

(संकेत– निम्न सारणी आपको यह जानने में सहायता कर सकती है कि कौन सा वर्ग प्रथम होगा जिस पर राजा न्यूनतम 10 लाख रुपए रखेगा।)

शतरंज के बोर्ड पर वर्ग की संख्या	**धनराशि (रुपयों में)**
पहला वर्ग	1
दूसरा वर्ग	2
तीसरा वग	4

171. सूर्य का व्यास 1.4×10^9m है तथा पृथ्वी का व्यास 1.2756 $\times 10^7$m है। विभाजन द्वारा इन व्यासों की तुलना कीजिए।

172. मंगल का द्रव्यमान 6.42×10^{23}kg है और सूर्य का द्रव्यमान 1.99kg $\times 10^{30}$kg है। उनका कुल द्रव्यमान क्या है?

173. सूर्य और पृथ्वी के बीच की दूरी 1.496×10^8km है तथा पृथ्वी और चंद्रमा के बीच की दूरी 3.84×10^8m है। सूर्य ग्रहण होने पर, चंद्रमा पृथ्वी और सूर्य के बीच में आ जाता है। इस विशेष समय पर सूर्य और चंद्रमा के बीच की दूरी क्या है?

174. एक विशेष तारा पृथ्वी से 8.1×10^{13}km की दूरी पर है। यह निश्चित रखते हुए कि प्रकाश 3×10^8 m प्रति सैकेंड के वेग से चलता है। ज्ञात कीजिए कि प्रकाश उस तारे से पृथ्वी तक पहुँचने में कितना समय लेता है।

175. $(-15)^{-1}$ को किस संख्या से भाग दिया जाये कि भागफल $(-5)^{-1}$ प्राप्त हो जाये?

176. $(-8)^{-3}$ को किस संख्या से गुणा करें कि गुणनफल $(-8)^{-3}$ प्राप्त हो जाये?

177. निम्न में x ज्ञात कीजिए–

(1) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-5} \div \left(-\frac{1}{7}\right)^{-7} = (-7)^x$

(2) $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+6} \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+2}$

(3) $2^x + 2^x + 2^x = 192$

(4) $\left(\frac{-6}{7}\right)^{x-7} = 1$

(5) $2^{3x} = 8^{2x+1}$

(6) $5^x + 5^{x-1} = 750$

178. यदि $a = -1$ और $b = 2$ है, तो निम्न के मान ज्ञात कीजिए–

(1) $a^b + b^a$ (2) $a^b - b^a$ (3) $a^b \times b^2$ (4) $a^b \div b^a$

179. निम्न में से प्रत्येक को घातांकीय रूप में व्यक्त कीजिए–

(1) $\frac{-1296}{14641}$ (2) $\frac{-125}{343}$ (3) $\frac{400}{3969}$ (4) $\frac{-625}{10000}$

180. सरल कीजिए–

(1) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^3\right]^{-1} \times 2^{-3}$

(2) $\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{(-2)}$

(3) $\left(\frac{4}{13}\right)^{4} \bullet \left(\frac{13}{7}\right)^{2} \bullet \left(\frac{7}{4}\right)^{3}$

(4) $\left(\frac{1}{5}\right)^{45} \bullet \left(\frac{1}{5}\right)^{-60} - \left(\frac{1}{5}\right)^{+28} \bullet \left(\frac{1}{5}\right)^{-43}$

(5) $\frac{(9)^3 \times 27 \times t^4}{(3)^{-2} \times (3)^4 \times t^2}$

(6) $\frac{\left(3^{-2}\right)^2 \times \left(5^2\right)^{-3} \times \left(t^{-3}\right)^2}{\left(3^{-2}\right)^5 \times \left(5^3\right)^{-2} \times \left(t^{-4}\right)^3}$

(D) अनुप्रयोग

क्रियाकलाप 1

आने वाले स्कूल के चुनाव के लिए बैलट कागज बनाने के लिए, एक कागज की शीट को आधा काटिए। दोनों टुकड़ों को एक साथ रखिए तथा उन्हें पुनः आधा काटिए। परिणामी चारों टुकड़ों को एक साथ रखकर पुनः आधा काटिए। छोटे आकार के बैलट कागज़ बनाने के लिए इस प्रक्रिया को जारी रखिये।

बैलट्स को गिनते जाइए और अपने परिणाम को निम्न सारणी में भरिए–

काटने की संख्या	बैलट्स की संख्या
1	2
2	4
3	8
4	16

अब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए –

(a) क्या आप n बार काटने पर बैलट्स की संख्या बता सकते हैं?

(b) मान लीजिए कि आपने 40 बार काटा है। आपके पास कितने बैलट होंगे?

(c) 512 विद्यार्थियों के लिए, पर्याप्त बैलट्स के लिए, कितनी बार कागज को काटना पड़ेगा?

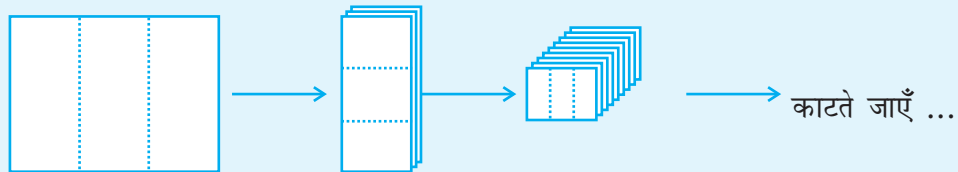
(d) मान लीजिए कि आप एक $324cm^2$ क्षेत्रफल वाली कागज की शीट से प्रारंभ करते हैं। इस सारणी की प्रतिलिपि बनाकर प्रथम 10 बार काटने पर प्रत्येक बैलट का क्षेत्रफल दर्शाते हुए, सारणी को पूरा कीजिए।

काटने की संख्या	**क्षेत्रफल (सेमी²)**
0	324
1	162
2	81
3	4
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

उपरोक्त सारणी को देखिए और एक व्यंजक लिखिए, जो दिये हुए क्षेत्रफल A वाली शीट को n बार काटने पर प्रत्येक बैलट का क्षेत्रफल प्रदान करे।

(e) यदि आप ऐसे 512 बैलट चाहते हैं जिनमें से प्रत्येक का क्षेत्रफल $16cm^2$ है, तो आपको प्रारंभ में किस क्षेत्रफल वाला कागज़ लेंगे?

क्रियाकलाप 2

1. बैलट कागज़ बनाने के लिए कागज़ की एक शीट को तिहाइयों में काटिए। तीनों टुकड़ों को एक साथ रखकर, इसे फिर तीन बराबर भागों (तिहाइयों) में काटिए। फिर इन्हें एक साथ रखिए और तिहाइयों में काटते जाइए।

(a) ऐसे पाँच चरणों के बाद बैलट्स की संख्या ज्ञात करने के लिए, निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

चरणों की संख्या	बैलट्स की संख्या
1	3
2	
3	
4	
5	

(b) मान लीजिए कि आप इस प्रक्रिया को जारी रखते हैं। 15 चरणों के बाद आपके पास कितनी बैलट होंगी? n बार काटने पर कितनी बैलट होंगी?

(c) न्यूनतम एक लाख बैलट प्राप्त करने के लिए कितने चरणों की आवश्यकता होगी?

क्रियाकलाप 3

क्रॉसवर्ड पहेली

दिये हुए क्रॉसवर्ड को हल कीजिए फिर दिये हुए खानों को भरिए। एक्रॉस और डाउन दोनों को भरने के लिए संकेत नीचे दिये गये हैं। साथ ही, एक्रॉस और डाउन के संकेतों वाली संख्याएँ संगत खानों के कोनों पर लिखी हैं। संकेतों के उत्तर अंग्रेज़ी के अक्षरों में संगत खानों में भरे जाने हैं।

संकेत

एक्रॉस

1. –7 is the _______ of 2 exponents –5 and –2.

1. –7 दोनों घातांकों –5 और –2 का _______ है।

2. Very large numbers like 6,250,000,000 can be conveniently written using _______.

2. 6,25,00,00,000 जैसी बड़ी संख्याओं को _______ का प्रयोग करते हुए सुविधाजनक रूप से लिखा जा सकता है।

3. The value of a^n if $n = 0$.

3. a^n का मान यदि $n = 0$ है।

4. Very small numbers can be expressed in standard form using _____ exponents.

4. बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में 10 की _____ घातों का प्रयोग करते हुए व्यक्त किया जा सकता है।

डाउन

5. The value of 3^{-2}.

5. 3^{-2} का मान

6. The value of $\frac{1}{2^{-3}}$.

6. $\frac{1}{2^{-3}}$ का मान

7. 5^7 is read as 5 raised to the ______ of 7.

7. 5^7 को 5 के ऊपर ______ 7 पढ़ा जाता है।

8. As the exponent decreases by 1, the value becomes ______ of the previous value.

8. जैसे-जैसे 10 की घात का घातांक 1 घटता जाता है, उसका मान पिछले मान का ______ होता जाता है।

9. a^{-m} is the ______ inverse of a^m.

9. a^{-m}, a^m का ______ प्रतिलोम है।

10. 1.24×10^{-4} is known as the ________ form of 0.000124.

10. 1.24×10^{-4} संख्या 0.000124 का ________ रूप कहलाता है।

1
9
5
7
8
2
10
3
6
4